Логики описания и онтологии

Курс: Концептуальное моделирование предметных областей

План лекции

- Логики описания
- Базовая логика описания ALC
- Расширения логики описания ALC
- Табличный вывод в логиках описания
- Языки онтологий OWL и OWL2
- Системы логического вывода

Встречающиеся переводы термина

- **Описательные логики**
- Логики описаний
- Дескрипционные логики
- Дескриптивные логики
- Description logics
- DL

Синтаксис базовой логики описаний ALC

Множество понятий логики ALC задается индуктивным определением:

- Символы $\perp$ и $\top$ – понятия (ложь и истина, пустой и полный концепты)
- Всякое атомарное понятие A является понятием
- Если C – понятие, то $\neg$C – понятие (дополнение)
- Если C и D – понятие, то C $\sqcap$ D, C $\sqcup$ D – понятия (пересечение и объединение)
- Если C – понятие, а R – атомарная роль, то $\exists$ R.C, $\forall$ R.C – понятие
- никакие другие выражения понятиями не являются

Семантика логики описаний ALC

- Интерпретация – пара $I = (\Delta, f^I)$, состоящая из непустого множества Δ, называемого областью интерпретации, и интерпретирующей функции f^I, которая сопоставляет:
  - каждому атомарному понятию $A \in CN$ – произвольное подмножество $A^I \subseteq \Delta$
  - каждой атомарной роли $R \in RN$ – произвольное подмножество $R^I \subseteq \Delta \times \Delta$.
- Пример
  - Область интерпретации – множество всех людей.
  - M – атомарный концепт, обозначающих людей мужского пола
  - R - роль «быть родителем для»
  - Тогда понятие $\forall$ R.M интерпретируется как множество людей, у которых все дети мужского пола.

Логика ALC и логика предикатов

- Переход к логике предикатов
  - $\top$ и $\bot$ сопоставляются с формулами $\top$ и $\bot$ соответственно
  - атомарному понятию A_i сопоставляется формула $P_i(x)$
  - понятиям $\neg C$, $C \sqcap D$, $C \sqcup D$ сопоставляются формулы $\neg \Phi_C(x)$, $\Phi_C(x) \wedge \Phi_D(x)$, $\Phi_C(x) \vee \Phi_D(x)$ соответственно
  - понятию $\exists R.C$ сопоставляется формула $\exists y\, (S_j(x,y) \wedge \Phi'_C(y))$
  - понятию $\forall R.C$ сопоставляется формула $\forall y\, (S_j(x,y) \rightarrow \Phi'_C(y)$,
    где $\Phi'_C(y)$ получена из $\Phi_C(x)$ заменой всех вхождений x на y, а y на x
- Не все формулы логики предикатов могут быть получены из ALC

Теоретико-множественная интерпретация

- $(\bot)^{\mathcal{I}}$: $\varnothing$ (пустое множество)
- $(\top)^{\mathcal{I}}$: Δ (множество всех возможных объектов)
- $(\mathcal{C})^{\mathcal{I}}$: $C \subseteq \Delta$ (множество объектов)
- $(\mathcal{R})^{\mathcal{I}}$: $R \subseteq \Delta \times \Delta$ (бинарное отношение)
- $(\mathcal{C}_1 \sqcap \mathcal{C}_2)^{\mathcal{I}}$: $C_1 \cap C_2$ (пересечение множеств)
- $(\mathcal{C}_1 \sqcup \mathcal{C}_2)^{\mathcal{I}}$: $C_1 \cup C_2$ (объединение множеств)
- $(\neg \mathcal{C})^{\mathcal{I}}$: $= \Delta \setminus C$ (все объекты, не входящие в множество C)
- $(\forall \mathcal{R}.\mathcal{C})^{\mathcal{I}}$: $\{p \mid \forall q\ .\ \langle p,q\rangle \in R \rightarrow q \in C\}$ (все значения роли R принадлежат множеству C)
- $(\exists \mathcal{R}.\mathcal{C})^{\mathcal{I}}$: $\{p \mid \exists q\ .\ \langle p,q\rangle \in R \wedge q \in C\}$ (существует хотя бы одно значение отношения R, принадлежащее C)
- $(\leq_n \mathcal{R}\ .C)^{\mathcal{I}}$: $\{p \mid \#\{q \mid \langle p,q\rangle \in R\} \geq n\}$ (множество значений отношения R, принадлежащих C, не меньше n)
- $(\mathcal{C}_1 \sqsubseteq \mathcal{C}_2)^{\mathcal{I}}$: $C_1 \subseteq C_2$ (C_1 является подмножеством C_2)
- $(\mathit{i}{:}\mathcal{C})^{\mathcal{I}}$: $I \in C$ (объект I принадлежит множеству C)

Терминология и факты

- Терминология (TBox) – конечный набор аксиом.
  - Терминологическая аксиома – выражение вида $C \sqsubseteq D$ или $C \equiv D$, C и D — понятия.
- Система фактов (ABox) – конечный набор утверждений c:C или a R b, где a, b, c $\in$ IN - индивиды, C – понятие, R – роль.
- Семантика ABox: интерпретация $I = (\Delta, f^I)$ расширяется индивидами:
  - каждому индивиду a $\in$ IN сопоставляется элемент области интерпретации $a^I \in \Delta$.

- Human ≡ Man U Woman
- Human $\sqsubseteq$ $\forall$hasChild.Human
- Parent ≡ Human П $\exists$hasChild.$\top$

Mary: Parent

Mary hasChild Anna

Anna: $\neg$Man

Расширения логики ALC

- F – функциональность ролей: понятия ≤ R
  - существует не более одного R-последователя
- N – ограничения множественности (кардинальности) ролей: понятия ≤ n R
  - существует не более n R-последователей
- Q – качественные ограничения множественности ролей: понятия вида ≤ n R.C
  - существует не более n R-последователей, входящих в понятие C
- I – обратные роли: роли вида R^{-}
  - если R есть роль, то R^{-} – роль-обращение бинарного отношения
- O – номиналы {a}
  - если a – имя индивида, то {a} – понятие – одноэлементное множество
- H – иерархия ролей $R \sqsubseteq S$
  - в TBox допускаются аксиомы вложенности ролей
- S – транзитивные роли Tr(R)
  - в TBox допускаются аксиомы транзитивности
- R – составные аксиомы вложенности ролей, композиции ролей $R \bullet S$
  - в TBox допускаются роли $R \bullet S \sqsubseteq R$, $R \bullet S \sqsubseteq S$ с условием ацикличности

- http://www.cs.man.ac.uk/~ezolin/dl/

- Разрешимые логики (примеры)
  - Язык OWL-LITE – логика SHIF
  - Язык OWL-DL – логика SHOIN

Логические задачи

- (T0) Совместность терминологии T;
- (T1) Выполнимость концепта C в терминологии T
  - Непротиворечивость, satisfiability
- (T2) Вложение концептов $C \sqsubseteq D$ в терминологии T
  - Поглощение, subsumption
- (T3) классификация терминологии T:
  - для всех атомарных концептов $A, B \in CN$, встречающихся в T, проверить вложение $A \sqsubseteq B$ в T и вернуть таксономию – частично упорядоченное множество всех атомарных концептов относительно вложения.
- (K0) выполнимость базы знаний K
  - выполнимость ABox A относительно TBox T;
- (K1) принадлежность индивида a концепту C относительно K
  - проверка того, что $K \models a: C$;
- (K2) выборка экземпляров класса:
  - для заданного концепта C найти $\{a \in IN \mid K \models a: C\}$;
- (K3) классификация индивида
  - найти все минимальные по вложению атомарные концепты, содержащие заданный индивид a относительно K (или найти все атомарные концепты A, такие что $K \models a: A$ и не существует атомарного концепта A', такого что $K \models a: A'$, $T \models A' \sqsubseteq A$ и $T \not\models A \sqsubseteq A'$.

Табличный алгоритм

- Необходимо проверить выполнимость концепта C_0
- Стартовый ABox содержит $A_0 = \{x_0 : C_0\}$,
- Функция SAT(A)

{ если в A есть x: $\bot$ для некоторого x, то возвратить 0;
  если в A есть x: A и x: $\neg$A для некоторых x и A, то возвратить 0;
  если к A не применимо ни одно из правил, то возвратить 1;
  если применимо $\sqcap$, $\exists$ или $\forall$-правило, то применить любое, получив A', возвратить SAT(A');
  если применимо $\sqcup$-правило, то применить его, получив A' и A'', и:
    { если SAT(A') = 1, то возвратить 1;
      если SAT(A'') = 1, то возвратить 1;
      возвратить 0; }
}

- Правила создают новые ABox
- Механизм блокировки (против зацикливания алгоритма)
  - Метки $L(x) = \{C \mid x:C \in A\}$
  - Точка x блокирует точку y, если есть предок точки y (входящая вершина в графе) и $L(x) > L(y)$.

Табличный алгоритм (2)

Правило	Условия применения	Действие
$\sqcap$-правило	если 0. точка x — активная 1. $x\colon (C \sqcap D) \in \mathcal{A}$ 2. $x\colon C \notin \mathcal{A}$ или $x\colon D \notin \mathcal{A}$	то $\mathcal{A}' := \mathcal{A} \cup \{x\colon C,\ x\colon D\}$
$\sqcup$-правило	если 0. точка x — активная 1. $x\colon (C \sqcup D) \in \mathcal{A}$ 2. $x\colon C \notin \mathcal{A}$ и $x\colon D \notin \mathcal{A}$	то $\mathcal{A}' := \mathcal{A} \cup \{x\colon C\}$ $\mathcal{A}'' := \mathcal{A} \cup \{x\colon D\}$
$\exists$-правило	если 0. точка x — активная 1. $x\colon \exists R.C \in \mathcal{A}$ 2. нет такого y, что $xRy \in \mathcal{A}$ и $y\colon C \in \mathcal{A}$	то создать новую точку y и $\mathcal{A}' := \mathcal{A} \cup \{xRy,\ y\colon C\}$
$\forall$-правило	если 0. точка x — активная 1. $x\colon \forall R.C \in \mathcal{A}$ 2. есть такой y, что $xRy \in \mathcal{A}$ и $y\colon C \notin \mathcal{A}$	то $\mathcal{A}' := \mathcal{A} \cup \{y\colon C\}$
$\mathcal{T}$-правило	если 0. точка x — активная 1. $x\colon E \notin \mathcal{A}$	то $\mathcal{A}' := \mathcal{A} \cup \{x\colon E\}$

.

Использование единого алгоритма

- Приведение к вложению

$$C \text{ невыполним} \iff C \sqsubseteq \bot;$$
$$C \equiv D \iff C \sqsubseteq D \text{ и } D \sqsubseteq C;$$
$$C \text{ и } D \text{ не пересекаются} \iff C \sqcap D \sqsubseteq \bot.$$

- Приведение к выполнимости

$$C \sqsubseteq D \iff \text{концепт } C \sqcap \neg D \text{ невыполним};$$
$$C \equiv D \iff \text{концепты } C \sqcap \neg D \text{ и } D \sqcap \neg C \text{ оба невыполнимы};$$
$$C \text{ и } D \text{ не пересекаются} \iff \text{концепт } C \sqcap D \text{ невыполним}.$$

Конструкции OWL DL

OWL DL	DL
Nothing	$\bot$
Thing	$\top$
Class	C
ObjectProperty	R
unionOf	$C_3 := C_1 \sqcup C_2$
complementOf	$C_2 := \neg C_1$
oneOf	$C := \{I_1\} \sqcup \{I_2\} \sqcup \ldots$
allValuesFrom	$C_2 := \forall R.C_1$
someValuesFrom	$C_2 := \exists R.C_1$
hasValue	$C := \exists R.\{I\}$
minCardinality	$C := \geq_n R$
maxCardinality	$C := \leq_n R$
cardinality	$C := =_n R$
subClassOf	$C_1 \sqsubseteq C_2$
equivalentClass	$C_1 \equiv C_2 \equiv \ldots$

OWL DL	DL
subPropertyOf	$R_1 \sqsubseteq R_2$
domain	$\leq_1 R \sqsubseteq C$
range	$\top \sqsubseteq \forall R.C$
inverseOf	$R_1 \equiv R_2^-$
equivalentProperty	$R_1 \equiv R_2 \equiv \ldots$
TransitiveProperty	$R^+ \sqsubseteq R$
FunctionalProperty	$\top \sqsubseteq \leq_1 R$
InverseFunctional Property	$\top \sqsubseteq \leq_1 R^-$
SymmetricProperty	$R \equiv R^-$
DatatypeProperty	A
type	$I: C$
sameAs	$I1 = I2 = \ldots$
differentFrom, AllDifferent	$I1 \neq I2 \neq \ldots$
disjointWith	$C_1 \sqsubseteq \neg C_2$ $C_1 \sqcap C_2 \equiv \bot$